

Um estudo de “Os Elementos” de Euclides

Alyson Rodrigo de Olinda Mendes

Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

E-mail: alyson.mendes@sou.ufmt.br

A obra *Os Elementos* de Euclides (editora Unesp, 2009) é uma das principais obras da humanidade e proporcionou diversos avanços tanto na matemática, quanto em outras áreas. Devido ao avanço da algebrização característica da Matemática Moderna, o estudo da geometria no Brasil e no mundo, da maneira empregada por Euclides, tem perdido espaço e relevância no ensino superior e também nas pesquisas acadêmicas.

Nesse sentido, o projeto de iniciação científica, intitulado *Um estudo de “Os Elementos” de Euclides*, teve como objetivo o resgate dos ensinamentos apresentados por Euclides. Por meio desse estudo, buscou-se compreender os conceitos apresentados, a estrutura lógica de suas demonstrações e os aspectos históricos e filosóficos que permeiam a obra.



Capa do livro

A metodologia empregada ao longo da pesquisa consistiu em encontros semanais dedicados à leitura e discussão das proposições presentes nos quatro primeiros livros de *Os Elementos*. Durante esses encontros, analisaram-se não apenas os enunciados e demonstrações, mas também as diferenças entre a linguagem clássica da obra original e a abordagem da geometria moderna. Para este fim, foram utilizadas obras complementares, como a tradução inglesa de *Os Elementos*, feita por Thomas Heath, e o livro *Geometria Euclidiana Plana*, de João Lucas Marques Barbosa (editora SBM, 2012).

Essas referências possibilitaram o contraste entre a linguagem e o método axiomático de Euclides com as formulações contemporâneas, além de contribuírem para a análise de conceitos complexos, como o quinto postulado e suas implicações. Ferramentas como o software GeoGebra também foram utilizadas para auxiliar na construção e visualização das figuras.

Os Elementos é composto por 13 livros, em forma de capítulos, e foi traduzida para o português diretamente do grego pelo professor Irineu Bicudo. Bicudo aproveitou o prefácio e a introdução de sua edição para expor a história em torno de *Os Elementos* e também o modo como realizou sua tradução. O autor salienta que, ao contrário de outros autores, buscou preservar, ao máximo, a forma dos manuscritos mais antigos. Parafraseando Bicudo, “quem diz cópia, diz erro”, por isso sua grande preocupação em conservar a escrita “original”, evitando possíveis mudanças nas interpretações dos postulados, definições e proposições.

A exposição de *Os Elementos* assume uma estrutura e uma ordem lógicas, sendo necessário o conhecimento das definições, axiomas e postulados para o pleno entendimento das proposições que seguem. Bicudo, em seu artigo denominado *Platão e a Matemática*, destaca que os gregos herdaram o conhecimento matemático dos povos antigos do Egito e da Babilônia, sendo que estes povos tinham a experiência prática como critério de verdade. Entretanto, o autor afirma que, para os matemáticos gregos, a experiência cotidiana não bastava para a validação de algo, sendo necessário o emprego da razão como critério de verdade e fazendo com que a matemática se tornasse uma ciência dedutiva.

O autor, a partir das ideias de Szabó, expõe que o motivo pelo qual os gregos precisavam recorrer a lógica para construir a sua matemática é a influência da filosofia eleática da época, principalmente a influência da dialética de Zenão, uma técnica retórica. Nesse sentido, a dialética grega se baseia na procura do fundamento incondicional e perfeitamente seguro para um debate. Devido ao fato dos princípios matemáticos utilizados por Euclides em *Os Elementos* (definições, postulados e noções comuns) possuírem o caráter de ser admitidos sem demonstração (fundamentos

incondicionais), sendo alicerce para as demonstrações das proposições, Szabó complementa que esta estrutura evidencia a influência da dialética eleática na matemática grega.

A estrutura utilizada por Euclides facilita, de certo modo, a compreensão dos passos realizados nas demonstrações devido a dupla enunciação das proposições, primeiro em formato de frase e depois utilizando as notações e a linguagem matemática. Em contrapartida, a demasiada preocupação em expor, grande parte das vezes, todos os passos utilizados na demonstração faz com que o texto se torne repetitivo durante algumas provas. Um exemplo disso pode ser visto na seguinte proposição do Livro II:

Caso uma linha reta seja cortada em duas, e seja adicionada a ela alguma reta sobre uma reta, os quadrados ambos juntos, o sobre a toda com a adicionada e o sobre a adicionada, são o dobro tanto do sobre a metade quanto do quadrado descrito sobre a composta tanto da metade quanto da adicionada, como sobre uma única.

No início da demonstração desta proposição, Euclides reescreve o seu enunciado da seguinte maneira: Fique, pois, cortada alguma reta, a AB , em duas no C , e fique adicionada a ela alguma reta, a BD , sobre uma reta; digo que os quadrados sobre as AD , DB são o dobro dos quadrados sobre as AC , CD . Mesmo que, em comparação com os dias atuais, ainda seja uma maneira bem diferente de se apresentar uma proposição, as hipóteses e o resultado desejado da proposição ficam mais claras se comparado ao modo de enunciação inicial. Além disso, as figuras presentes na maioria das proposições auxiliam a compreender o enunciado e a demonstração.

Bicudo ainda comenta a tentativa dos antigos matemáticos em demonstrar o 5º postulado de Euclides a partir dos demais postulados. Segundo ele, isso ocorre devido a sua aparente discrepância em relação aos outros, uma vez que estes são curtos e de fácil assimilação; já o 5º postulado não é tão imediato:

E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos.

Ao passar dos séculos, os matemáticos conseguiram identificar que, de fato, a afirmação acima não pode ser demonstrada a partir dos demais postulados, fazendo com que ela deva ser também um postulado. Além disso, sua forma de enunciação foi se

modificando ao longo do tempo. Barbosa (2006), por exemplo, utiliza em seu livro a seguinte versão deste axioma:

Por um ponto fora de uma reta m pode-se traçar uma única reta paralela à reta m .

Durante a realização da iniciação científica, devido a complexidade da linguagem e o formato das demonstrações, foi necessário um ritmo mais lento de leitura e análise da obra. Com isso, foram estudados apenas os quatro primeiros livros da obra; o que também permitiu uma compreensão mais detalhada dos conceitos apresentados. De qualquer modo, os resultados alcançados evidenciam a profundidade lógica e a riqueza estrutural de *Os Elementos*.

Neste sentido, o Livro I da obra aborda proposições fundamentais sobre triângulos e paralelismo, culminando no Teorema de Pitágoras. No Livro II, é exposto as relações entre as áreas de paralelogramos e o conceito de gnômon, tendo como destaque o aparecimento da proporção áurea de forma indireta. Já no Livro III, é explorado as propriedades dos círculos, bem como o cálculo de centros e tangentes. Por fim, o Livro IV aborda questões mais visuais relacionadas à inscrição e circunscrição de figuras geométricas. O estudo revelou ainda a singularidade do quinto postulado, mostrando sua autonomia em relação aos demais axiomas e sua importância histórica na formulação de novas geometrias.

A relevância desse trabalho está não apenas na análise da obra de Euclides, mas também na valorização do processo de iniciação científica. Projetos como este oferecem aos alunos a oportunidade de desenvolver habilidades essenciais para a vida acadêmica, como leitura crítica, análise histórica e escrita científica. Além disso, promovem o pensamento autônomo e estimulam a busca por conhecimento aprofundado, aspectos fundamentais para a formação de professores e pesquisadores.

Este estudo foi necessário para compreender as origens e a evolução da geometria, reforçando sua importância na formação de educadores e na construção de uma base sólida para o ensino da matemática. Conclui-se, portanto, que o trabalho realizado durante esta iniciação científica cumpriu seu papel ao destacar a relevância histórica de *Os Elementos* e ao evidenciar a importância de projetos dessa natureza na formação acadêmica. A pesquisa contribuiu para ampliar os horizontes do conhecimento matemático e para conectar a matemática clássica às práticas contemporâneas, mostrando como o passado e o presente estão interligados na construção do saber. ■